



MATEMATIKA

prolećni seminar 2010

Seminar MATEMATIKE

Istraživačka stanica Petnica

datum: 15. maj 2010. godine

predavač: Andreja Ilić

e-mail: ilic\_andrejko@yahoo.com

## Par zadaćica

**Problem 1.** Dato je 9 karata na stolu, numerisanih brojevima od 1 do 9. Dva igrača naizmenično povlače poteze. Pobednik je onaj ko ima tri karte, koje u sumi daju 15. Da li neko od igrača ima pobedničku strategiju?

**Problem 2.** Na stolu se nalazi  $\frac{n(n+1)}{2}$  kuglica postavljenih u nekoliko gomila. Sa svake gomile se uzima po jedna kuglica i od njih se pravi nova gomila. Ovaj proces se ponavlja više puta. Dokazati da ce se posle konačno mnogo koraka na stolu naći  $n$  gomila sa po  $1, 2, 3, \dots, n$  kuglica.

**Problem 3.** Posmatramo sve prirodne brojeve koje imaju manje ili jednako od  $2n$  cifara. Odrediti kojih brojeva ima više: onih čija je suma cifara jednaka  $9n$  ili onih kod kojih je suma prvih  $n$  cifara jednaka sumi drugih  $n$  cifara.

**Problem 4.**  $n$  žica je sprovedeno od mesta  $A$  do mesta  $B$ . Kako su žice identične, nakon završetka radova, treba uspostaviti veze između krajeva žica (koji kraj žice u mestu  $A$  odgovara kojem kraju u mestu  $B$ ). Na raspolaganju imate galvanometar koji koristite na sledeći način:

- u mestu  $A$  povežete zajedno neke krajeve (možete povezati više krajeve u jedan čvor, a možete imati i više čvorova)
- zatim odete u mesto  $B$  i priključujete neke parove žica na galvanometar. Ukoliko su priključene žice vezane u čvor u mestu  $A$  galvanometar će pokazati napon.

Gornji postupak treba ponoviti proizvoljan broj puta. Koliki je minimalni broj iteracija potreban da bi se uspostavila korespondencija između krajeva ukoliko je: (i)  $n = 3$  (ii)  $n = 21$ ?

**Problem 5.** Koliko ima permutacija  $p$  skupa  $\{1, 2, \dots, n\}$  za koje zbir

$$|p_1 - 1| + |p_2 - 2| + \dots + |p_n - n|$$

ima najveću vrednost.